

# Übungen zu Geometrie (LGy)

Fakultät für Mathematik, Universität Regensburg, Sommersemester 2014

Dr. Raphael Zentner, Dr. Olaf Müller

---

## Übungsblatt 1

Abgabe bis Freitag, 11.04.2014, 10:00 Uhr (Kästen siehe Beschilderungen)

### Aufgabe 1: Äquivalenz (4 Punkte)

Gegeben sei eine Ebene  $E$  mit Geradenmenge  $G$ , so dass die Inzidenzaxiome und das Parallelenaxiom gelten. Zeigen Sie, dass die Relation ‘parallel oder gleich’ auf  $G$  eine Äquivalenzrelation definiert.

### Aufgabe 2: Projektive Ebene und Gitter (8 Punkte)

- (i) Sei  $E := \mathbb{R}P^2$  und seien die Geraden in  $E$  gegeben durch Schnitte von Ebenen durch den Nullpunkt von  $\mathbb{R}^3$  (also 2-dimensionalen Untervektorräume des  $\mathbb{R}^3$ ) mit  $E$ . Prüfen Sie, welche Inzidenzaxiome erfüllt sind, und ob das Parallelenaxiom erfüllt ist.
- (ii) Sei  $E := \mathbb{Z}^2$  und seien die Geraden in  $E$  gegeben als Schnittmenge derjenigen Geraden in  $\mathbb{R}^2$  mit  $E$ , die mindestens zwei Elemente aus  $E$  enthalten (dies sind genau die Geraden in  $\mathbb{R}^2$ , die eine ‘rationale Steigung’ haben). Beispielsweise ist also

$$\{\dots, (-4, -3), (-2, 0), (0, 3), (2, 6), \dots\}$$

eine solche Gerade in  $\mathbb{Z}^2$ .

Versehen Sie diese Ebene bzw. deren Geraden mit einer ‘Zwischen-Relation’, so dass die Anordnungsaxiome erfüllt sind. Gilt hier das Paschsche Axiom? Gilt das Parallelenaxiom?

Beweisen Sie Ihre Aussagen.