

Übungen zu Geometrie (LGy)

Fakultät für Mathematik, Universität Regensburg, Sommersemester 2014

Dr. Raphael Zentner, Dr. Olaf Müller

Übungsblatt 2

Wegen Ostern Abgabe bis Freitag, 25.04.2014, 10:00 Uhr (Kästen siehe Beschilderungen)

Aufgabe 1: (Unabhängigkeit der Inzidenzaxiome. 6 Punkte)

Sei M eine Menge mit 4 oder mehr Elementen. Konstruieren Sie für jedes $i \in \{1, 2, 3\}$ eine Menge G_i von Teilmengen von M , so dass M mit G_i als Geradenmenge alle Inzidenzaxiome V_1, V_2, V_3 außer V_i erfüllt. Skizzieren Sie die entsprechenden graphischen Darstellungen, wenn M fünf Elemente hat!

Aufgabe 2: (Geradenerhaltende Abbildungen. 6 Punkte)

Seien E, E' Mengen mit Mengen von Teilmengen (wie immer Geraden genannt), die die Inzidenzaxiome V_1 bis V_3 erfüllen. Sei $L : E \rightarrow E'$ **geradenerhaltend**, das heißt, dass das Bild jeder Geraden von E eine Gerade von E' ist. Zeigen Sie:

- (i) Wenn L eine bijektive Abbildung zwischen den Geradenmengen induziert, dann ist L bijektiv.
- (ii) Wenn L bijektiv ist, dann ist die Inverse zu L ebenfalls geradenerhaltend.

Aufgabe 3: (Kollinearer Satz von Pasch. 6 Punkte)

In der Vorlesung wurde der Satz von Pasch für den Fall eines Dreiecks $ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC}$ bewiesen, wenn A, B und C nicht kollinear sind, also nicht auf einer Geraden liegen. Führen Sie den Beweis durch im Fall eines ausgearteten Dreiecks, also für drei Punkte, die auf einer Geraden liegen.

Aufgabe 4: (Angeordnete Geraden sind unendlich. 6 Punkte)

Sei E eine Menge mit einer Geradenmenge und einer 'Zwischen'-Beziehung, die die Inzidenzaxiome und die Axiome der Anordnung (inklusive dem Paschschen Axiom) erfüllen.

- (i) Zeigen Sie: Wenn B zwischen A und C liegt, dann liegt die ganze Strecke zwischen A und B zwischen A und C .
- (ii) Zeigen Sie: Jede Gerade in E enthält unendlich viele Punkte.
- (iii) Zeigen Sie: Es existieren unendlich viele verschiedene Geraden.