

Übungen zu Geometrie (LGy)

Fakultät für Mathematik, Universität Regensburg, Sommersemester 2014

Dr. Raphael Zentner, Dr. Olaf Müller

Übungsblatt 3

Abgabe bis Freitag, 02.05.2014, 10:00 Uhr (Kästen siehe Beschilderungen)

Aufgabe 1: (Konvexität von Dreiecken. 4 Punkte)

In der Vorlesung wurde das Innere von Winkeln definiert. Definieren Sie davon ausgehend das Innere eines Dreiecks. Eine Teilmenge einer Ebene (in der die Inzidenz-, Anordnungs- und Kongruenzaxiome gelten) heißt konvex, wenn für je zwei Punkte A, B auch die Strecke \overline{AB} in der Teilmenge liegt. Zeigen Sie, dass dieses Innere eines Dreiecks konvex ist.

Aufgabe 2: (Kongruenzsatz 'WSW'. 6 Punkte)

Seien zwei Dreiecke ABC und $A'B'C'$ gegeben. Es seien der Winkel bei A kongruent zu dem an A' und der Winkel an B kongruent zu dem an B' . Ferner sei die Strecke \overline{AB} kongruent zur Strecke $\overline{A'B'}$. Zeigen Sie, dass dann das Dreieck ABC kongruent zum Dreieck $A'B'C'$ ist.

Aufgabe 3: (Kongruenzsätze für Vierecke. 8 Punkte)

Wir betrachten eine Ebene mit Inzidenz-, Anordnungs- und Kongruenzaxiomen. Ein Viereck $ABCD$ bezeichnet die Vereinigung der vier Strecken $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ und \overline{DA} . Zwei Vierecke $ABCD$ und $A'B'C'D'$ heißen kongruent, wenn \overline{AB} kongruent zu $\overline{A'B'}$, \overline{AC} kongruent zu $\overline{A'C'}$, \overline{AD} kongruent zu $\overline{A'D'}$, \overline{BC} kongruent zu $\overline{B'C'}$, \overline{BD} kongruent zu $\overline{B'D'}$ und \overline{CD} kongruent zu $\overline{C'D'}$ ist, sowie die Winkel bei A und A' , bei B und B' , bei C und C' sowie bei D und D' kongruent zueinander sind.

Gelten hier Kongruenzsätze der Form

- (i) SWSWS,
- (ii) WSWSW,
- (iii) SSSS ?

Beweisen Sie Ihre Aussagen oder skizzieren Sie ein Gegenbeispiel in der Ihnen vertrauten euklidischen Ebene!

Können Sie anhand der Definition des Inneren eines Winkels auch das 'Innere' eines beliebigen Vierecks definieren, so wie Sie es oben für Dreiecke getan haben?

Aufgabe 4: (Drachen. 6 Punkte)

In der Vorlesung hatten wir einen Winkel als rechten Winkel bezeichnet, wenn er kongruent zu einem Nebenwinkel ist. Ein **Drachen** ist ein Viereck $ABCD$, in dem jede der Seiten eine kongruente benachbarte Seite besitzt, ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei also $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ und $\overline{BC} \cong \overline{CD}$. Wir wollen annehmen, dass die vier Punkte paarweise verschieden sind. Zeigen Sie zunächst, dass die Geraden AC und BD genau einen Schnittpunkt haben. Zeigen Sie nun, dass sie sich **senkrecht** schneiden. (Hinweis dazu: Betrachten Sie geeignete Dreiecke und verwenden Sie Kongruenzsätze.)