Übungen zu Geometrie (LGy)

Fakultät für Mathematik, Universität Regensburg, Sommersemester 2014

Dr. Raphael Zentner, Dr. Olaf Müller

Übungsblatt 4

Abgabe bis Freitag, 09.05.2014, 10:00 Uhr (Kästen siehe Beschilderungen)

Aufgabe 1: (Existenz von Parallelen in Hilbert-Ebenen. 6 Punkte)

Eine **Hilbert-Ebene** ist eine Ebene, in der die Axiome der Inzidenz, der Anordnung und der Kongruenz gelten (also i.A. nicht das Parallelenaxiom). Zeigen Sie, dass es in jeder Hilbert-Ebene für jede Gerade g und jeden Punkt P, der nicht auf g liegt, mindestens eine Parallele zu g durch P gibt!

Aufgabe 2: (Weitere Kongruenzsätze. 6 Punkte)

Nehmen Sie die Axiome der Inzidenz, der Anordnung und der Kongruenz an, jedoch nicht das Parallelenaxiom.

1. Zeigen Sie den folgenden Kongruensatz WWS: Sind in zwei Dreiecken jeweils eine Seite und ein anliegender sowie der gegenüberliegende Winkel kongruent, so sind die Dreiecke einander kongruent. Wieso ist das ein anderer Kongruenzsatz als WSW?

2. Gilt ein Kongruenzsatz WWW, d.h.: Kann man aus der Kongruenz aller einander entsprechenden Winkel auf die Kongruenz zweier Dreiecke schließen? Geben Sie einen Beweis oder finden Sie ein Gegenbeispiel in einer Ihnen geläufigen Ebene.

Aufgabe 3: (Kongruenzsatz SSS. 6 Punkte)

Zeigen Sie den Kongruenzsatz SSS. **Hinweis:** Tragen Sie die a priori nicht kongruenten Dreiecke an derselben Basisseite, jedoch in unterschiedlichen Halbräumen ab, suchen Sie geeignete gleichschenklige Dreiecke und betrachten Sie entsprechende Basiswinkel.

Aufgabe 4: (Existenz und Eindeutigkeit des Lots)

Für eine Gerade g und einen Punkt P nennen wir eine Gerade h ein **Lot von P auf g**, falls $P \in h$ und h und g einen rechten Winkel bilden.

(i) Zeigen Sie: Das Lot existiert stets. Sie können sich am Beweis der "Streckenhalbierung" aus der Vorlesung inspirieren.

(ii) Zeigen Sie: Das Lot ist eindeutig.

Dieses so definierte eindeutige Lot von P auf g bezeichnen wir mit $l(P, g)$. Den Schnittpunkt von $l(P, g)$ mit g bezeichnen wir mit $L(P, g)$ und nennen ihn den **Lotfußpunkt von P auf g.**