Übungen zu Geometrie (LGy)

Universität Regensburg, Sommersemester 2014
Dr. Raphael Zentner, Dr. Olaf Müller

Übungsblatt 7

Abgabe bis 28.05.2014, 18:00 Uhr (Kästen siehe Beschilderungen)

Sei stets eine Hilbert-Ebene gegeben, die das Euklidsche Axiom erfüllt.

Aufgabe 1: Mehr über Kreisvierecke (5 Punkte)

Seien vier Punkte gegeben, die auf einem Kreis liegen. Zeigen Sie, dass dann gilt: Die Winkelsumme sich gegenüberliegender Winkel ist kongruent zu zwei rechten Winkeln. Geben Sie dabei eine präzise Definition von 'sich gegenüberliegenden Winkeln' an, ohne mit Anordnungen der vier Punkte auf dem Kreis zu argumentieren (wir hatten keine Anordnung von Punkten auf Kreisen definiert).
Formulieren Sie nun eine geeignete Umkehrung des Satzes und beweisen Sie diese.

Aufgabe 2: Winkel mit Kreistangenten (7 Punkte)

Sei g eine Tangente an einen Kreis Γ mit Berührpunkt A, und seien P, Q zwei weitere Punkte auf dem Kreis. Wir nehmen an, dass Q im Inneren des Winkels $\sphericalangle(\overrightarrow{AP}, s)$ liegt. Man zeige, dass dann folgende Winkelkongruenzen gelten,

(i) $\sphericalangle APQ \hat{=} \sphericalangle(\overrightarrow{AQ}, s)$

(ii) $\sphericalangle AQP \hat{=} \sphericalangle(\overrightarrow{AP}, t)$,

wobei t der Strahl ist, der s zur Geraden g ergänzt. **Hinweis:** Nützlich kann die vorherige Aufgabe sein oder Ihr weiteres Wissen über Kreisvierecke. Betrachten Sie die zu g senkrechte Gerade h. Diese schneidet Γ in einem weiteren Punkt B. Warum liegt der Kreismittelpunkt auf $\overline{AB}$? Zeigen Sie nun zuerst den Fall, wo B mit P oder Q zusammenfällt. Andernfalls kann es nützlich sein, die Fälle, wo P und Q auf der gleichen Seite von AB oder auf verschiedenen Seiten liegen, gesondert zu betrachten.