14. Übungsblatt

Dr. Raphael Zentner

Die mit einem (K) versehene Aufgabe ist schriftlich zu bearbeiten und spätestens am **Montag**, dem 28. Januar um 13 Uhr in den Briefkasten einzuwerfen. Auf Wunsch kann auch die andere Aufgabe zur Korrektur und Wertung abgegeben werden.

Hinweis. Zur Überprüfung der Rechnungen in diesem Übungsblatt sei auf folgende beiden Tatsachen hingewiesen, die in der Vorlesung erst nächste Woche gezeigt werden:

- Das Alexander-Polynom eines Knotens K erfüllt $\Delta(1) = \pm 1$.
- Das Alexander-Polynom eines Knotens K erfüllt $\Delta(-1) \in 2\mathbb{Z} + 1$.

Aufgabe 1 (K).

(a) Man berechne das Alexander-Polynom der Torusknoten oder -verschlingungen $T(2, n)$.

(b) Man berechne das Geschlecht der Torusknoten $T(2, 2k + 1)$.

Aufgabe 2.

(a) Das Alexander-Polynom verhält sich wie folgt unter Knotenaddition:

$$\Delta_{K+L}(t) \doteq \Delta_K(t) \cdot \Delta_L(t) \ .$$

(b) Das Jones-Polynom verhält sich wie folgt unter Knotenaddition:

$$V_{K+L}(t) = V_K(t) \cdot V_L(t) \ .$$

Aufgabe 3*. Sei L eine 2-komponentige Verschlingung, die eine orientierbare, eingebettete kompakte Fläche berandet, die aus zwei Wegzusammenhangskomponenten besteht, wovon jede eine der Komponenten von L als Rand hat. Zur Erinnerung: Nach unserer Definition ist dies keine Seifert-Fläche, denn wir hatten Wegzusammenhang als Bedingung für Seifert-Flächen gefordert. Man zeige, dass dann das Alexander-Polynom $\Delta_L = 0$ ist. Berandet die Hopf-Verschlingung eine solche nicht zusammenhängende Fläche?

Aufgabe 4*. Man beweise den Volltorus-Satz: Jeder eingebettete zweidimensionale Torus $T^2 \hookrightarrow S^3$ berandet auf einer der beiden Seiten in S^3 einen Volltorus, d.h. einen Henkelkörper von Geschlecht 1.