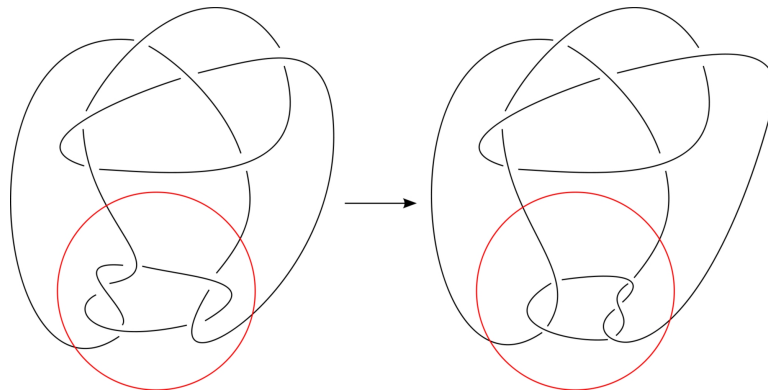


4. ÜBUNGSBLATT
Dr. Raphael Zentner

Die mit einem (K) versehenen Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und spätestens am Mittwoch, dem 7. November um 10 Uhr in den Briefkasten einzuwerfen oder am Mittwoch Morgen in der Vorlesung abzugeben.

Aufgabe 1 (K).

- (a) Ein Knoten heißt amphichiral ('doppelhändig'), wenn er äquivalent zu seinem Spiegelbild ist, wobei Orientierungen keine Rolle spielen sollen, andernfalls chiral ('händig'). Wir haben schon gesehen, dass der Kleeblattknoten chiral ist und der Achterknoten amphichiral. Sei D ein reduziertes alternierendes Diagramm eines Knotens K mit n Kreuzungen, und sei n ungerade. Dann ist K chiral.
- (b) Das folgende Diagramm zeigt zwei Knoten, die auf augenscheinliche Weise zusammenhängen. Man zeige, dass sie gleiches Jones-Polynom haben.



Hinweis: Es empfiehlt sich, diese Aufgabe zu lösen, ohne das Jones-Polynom der beiden Knoten komplett auszurechnen.

Aufgabe 2 (K).

- (a) Sei D ein Verschlingungsdiagramm mit n Kreuzungen. In Lemma III.2.3 der Vorlesung haben wir Abschätzungen für die höchste und niedrigste Potenz der Kauffman-Klammer $\langle D \rangle$ von D gegeben. Man zeige, dass für Diagramme, die nicht plus-adäquat sind, der Fall eintreten kann, dass die Ungleichung strikt ist, und entsprechendes für nicht minus-adäquate.
- (b) In Lemma 2.5 der Vorlesung haben wir gesehen, dass für ein zusammenhängendes Verschlingungsdiagramm D mit n Kreuzungen die Ungleichung

$$|s_+D| + |s_-D| \leq n + 2$$

gilt. Kann man die Voraussetzung, dass das Diagramm zusammenhängend ist, auch weglassen? Man gebe auch ein Beispiel eines Diagramms eines nicht-trivialen Knotens, wo die Ungleichung strikt ist.

Aufgabe 3. Was ist das Jones-Polynom der Torus-Verschlingung $T(2, n)$, wobei für negative n das Spiegelbild der Verschlingung $T(2, -n)$ gemeint ist?