5. Übungsblatt

Dr. Raphael Zentner

Die mit einem (K) versehenen Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und spätestens am Mittwoch, dem 14. November um 13 Uhr in den Briefkasten einzuwerfen oder am Mittwoch Morgen in der Vorlesung abzugeben.

Aufgabe 1 (K).

(a) In der Vorlesung hatten wir für ein $r \in \mathbb{N}$ die r–Kopie eines Verschlingungsdiagrammes definiert. Seien D und E zwei Diagramme eines Knotens K mit Verwringungszahlen $w(D) \neq w(E)$. Man zeige, dass für alle $r \geq 2$ die Verschlingungen, die man als r–Kopie von D und E erhält, verschieden sind.

(b) Man gebe zwei Knoten mit minimaler Kreuzungszahl 19 an, die verschieden sind, und die nicht Spiegelbilder voneinander sind.

Aufgabe 2 (K). In der Vorlesung hatten wir einem Verschlingungsdiagramm D mit einer Schachbrettfärbung einen ebenen Graphen $\Gamma_D \subseteq \mathbb{R}^2$ zugeordnet.

(a) Man zeige, dass ein Diagramm D genau dann stark prim ist, wenn keine Vertex-Entfernung den Graphen Γ_D, aufgefasst als topologischen Unterraum von $\mathbb{R}^2$, in mehrere Zusammenhangskomponenten zerfallen lässt. Bemerkung: Ist v ein Vertex eines Graphen Γ, dann ist natürlich im Allgemeinen $\Gamma \setminus \{v\}$ kein Graph mehr, da Kantenenden immer in Vertizes enden müssen.

(b) Sei D ein stark primes Verschlingungsdiagramm und c eine Kreuzung von D. Man zeige, dass dann eine der beiden Möglichkeiten, die Kreuzung c aufzulösen, wieder zu einem stark primen Verschlingungsdiagramm D' führt.

Aufgabe 3*. Die Knoten $8_{19}, 8_{20}$, 8_{21} sowie der Torusknoten $T(3,4)$ sind nicht–alternierend. Hinweis: Man darf hier die in der Vorlesung ausgeteilte Tabelle der Jones-Polynome aller Knoten mit minimaler Kreuzungszahl kleiner gleich 8 benutzen.