

6. ÜBUNGSBLATT
Dr. Raphael Zentner

Die mit einem (K) versehenen Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und spätestens am Mittwoch, dem 21. November um 13 Uhr in den Briefkasten einzuwerfen oder am Mittwoch Morgen in der Vorlesung abzugeben.

Aufgabe 1.

- (a) Seien K und L zwei orientierte Knoten. Man zeige, dass gilt:

$$V(K + L) = V(K) \cdot V(L) .$$

- (b) Seien K, L alternierende orientierte Knoten. Man zeige, dass für die minimale Kreuzungszahl die Gleichung $c(K + L) = c(K) + c(L)$ gilt. Es ist übrigens ein offenes Problem, ob diese Gleichung für beliebige Knoten K, L gilt.

Aufgabe 2 (K).

- (a) Man gebe drei Knoten von minimaler Kreuzungszahl ≥ 5 an, die Geschlecht 1 haben.
- (b) Gibt es eine Konstante $M \in \mathbb{R}_+$, so dass $c(K) \leq M g(K)$ für alle Knoten K gilt, wobei $g(K)$ das Geschlecht und $c(K)$ die minimale Kreuzungszahl von K bezeichnet?
- (c) Gibt es eine Konstante $M' \in \mathbb{R}_+$, so dass $g(K) \leq M' c(K)$ für alle Knoten K gilt?

Aufgabe 3 (K).

- (a) Man zeige, dass die Torusverschlingung $T(n, m)$ genau dann ein Knoten ist, wenn n und m zueinander koprim sind.
- (b) Man zeige, dass für die Torusverschlingung $T(p, q)$ mit $p, q \in \mathbb{N}$ folgende Ungleichung für das Geschlecht gilt:

$$g(T(p, q)) \leq \frac{(p-1)(q-1)}{2} .$$

- (c) Man zeige, dass es unendlich viele Torusverschlingungen von Geschlecht 0 gibt.